Actes JIAF 2024

Sémantique agrégative graduelle pour les systèmes d'argumentation bipolaires pondérés

Yann Munro[1] **Isabelle Bloch**[1] **Mohamed Chetouani**[2]
Catherine Pelachaud[3] **Marie-Jeanne Lesot**[1]

[1]Sorbonne Université, CNRS, LIP6, Paris, France
[2]Sorbonne Université, CNRS, ISIR, Paris, France
[3]CNRS, Sorbonne Université, ISIR, Paris, France
{prenom.nom}@sorbonne-universite.fr

Résumé

Dans cet article, une instanciation particulière de la notion de sémantique graduelle pour les systèmes d'argumentation bipolaires pondérés (QBAF), appelée sémantique agrégative graduelle, est présentée. Contrairement aux sémantiques modulaires, nous séparons l'opération d'agrégation des attaquants de celle des supports. De cette façon, un poids global pour les attaquants et un autre pour les supports sont calculés, avant d'agréger ces deux valeurs avec le poids intrinsèque de l'argument. Cette méthode permet d'exploiter la bipolarité permise par les QBAF en gérant indépendamment et de manière potentiellement asymétrique les deux relations. Une discussion sur les propriétés requises pour ces fonctions d'agrégation ainsi qu'une comparaison formelle avec les axiomes classiques pour les sémantiques graduelles sont également proposées.

Abstract

In this paper, a particular instantiation of the notion of gradual semantics for quantitative bipolar argumentation framework (QBAF), called gradual aggregative semantics, is presented. Unlike modular semantics, we propose to aggregate separately attackers on the one hand and defenders on the other hand. Doing so, a global weight for attackers and another for defenders are computed, before aggregating these two values with the intrinsic weight of the argument. This method makes it possible to exploit the bipolarity feature of QBAFs by managing the two relationships independently and potentially asymmetrically. A discussion about the properties required for these aggregation functions and a formal comparison with the classical axioms for gradual semantics are also proposed.

1 Introduction

L'argumentation formelle est un domaine très utilisé en intelligence artificielle pour modéliser et raisonner sur des dialogues argumentatifs et plus généralement des informations contradictoires. Ces informations sont appelées des *arguments* et une relation binaire entre les arguments appelée *relation d'attaque* permet de représenter ces incompatibilités. Depuis les travaux de Dung [9], des extensions ont été proposées pour permettre de modéliser des situations plus complexes. Tout d'abord une deuxième relation binaire, indépendante de la première et de nature opposée, appelée *support*, permet de représenter une défense directe d'un argument [6]. On se place alors dans un cadre bipolaire [8], associant des informations positives de support et des informations négatives d'attaque, les deux pouvant être asymétriques. De plus, une pondération sur chaque argument représentant la force intrinsèque d'un argument permet de modifier le degré d'acceptabilité initial de chaque argument et donc également l'impact d'un argument sur ceux qu'il attaque ou supporte. Un tel formalisme est appelé système d'argumentation bipolaire pondéré (Quantitative Bipolar Argumentation Framework, QBAF) [2].

Pour déterminer le statut de chaque argument dans un tel système, il existe deux types d'approches : des sémantiques reposant sur la notion d'extension [6] qui recherchent des ensembles d'arguments acceptables collectivement, et des sémantiques graduelles [5] qui associent une valeur d'acceptabilité à chaque argument. Dans cet article, nous considérons cette deuxième catégorie de sémantique. En particulier, nous proposons une sémantique graduelle que nous appelons sémantique *agrégative* qui agrège indépendamment attaques et supports en deux valeurs distinctes puis combine ces deux valeurs avec le poids de l'argument pour calculer l'acceptabilité de celui-ci. Contrairement aux sémantiques graduelles existantes, cette approche permet de conserver la bipolarité plus longtemps en agrégeant de manière potentiellement asymétrique attaques et supports, et possède un comportement intrinsèquement explicable. De plus, en faisant le lien avec le domaine des opérateurs d'agrégation, elle ouvre la voie vers de nouvelles sémantiques pour l'argumentation.

Dans la suite, nous rappelons d'abord dans la section 2 quelques éléments de base sur les QBAF et les opérateurs d'agrégation, avant de présenter dans la section 3 notre proposition de sémantique agrégative. Ensuite, nous proposons une discussion en deux temps sur les différentes propriétés souhaitables pour les trois fonctions d'agrégation, selon les contextes considérés. Nous examinons d'abord dans la section 4 les propriétés classiques d'un opérateur d'agrégation et discutons de leur intérêt dans le cadre de l'argumentation. Puis, dans la section 5, nous étudions les axiomes usuels d'une sémantique modulaire en argumentation pour déterminer leurs liens avec les propriétés précédentes. Enfin, dans la section 6 nous discutons des sémantiques modulaires utilisées couramment dans la littérature.

2 Préliminaires

2.1 Argumentation et sémantique graduelle

Définition 1 (Quantitative Bipolar Argumentation Framework [2])**.** *Un QBAF est un quadruplet* $A = (\mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{S}, w)$ *tel que :*

- $\mathcal{A}$ *est un ensemble fini d'arguments;*
- $\mathcal{R}$ *est l'ensemble des relations d'attaque* ($\mathcal{R} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$)*;*
- $\mathcal{S}$ *est l'ensemble des relations de support* ($\mathcal{S} \subseteq \mathcal{A} \times \mathcal{A}$)*;*
- $w : \mathcal{A} \to I$ *est une fonction qui associe un poids intrinsèque à chaque argument dans un ensemble de valeurs préordonné* I*.*

On note WAG l'ensemble des QBAF.

Comme $\mathcal{R}$ et $\mathcal{S}$ sont des relations binaires définies sur un ensemble fini, un QBAF peut être représenter sous la forme d'un graphe orienté étiqueté dans lequel les noeuds représentent les arguments, les étiquettes leur poids intrinsèque et les arcs les relations d'attaque et de support.

Pour déterminer le statut de chaque argument dans un graphe d'argumentation, différents types de sémantiques peuvent être utilisés. Dans cet article, nous nous intéressons aux sémantiques graduelles [5] qui associent une valeur d'acceptabilité à chaque argument :

Définition 2 (Sémantique graduelle)**.** *Une sémantique graduelle S est une fonction définie sur WAG et qui à* $A \in WAG$ *associe une fonction* $\mathrm{Deg}_A^S : \mathcal{A} \to I$*, où* $\mathrm{Deg}_A^S(a)$ *est le degré d'acceptabilité de l'argument a.*

Dans la suite, on utilise Deg_A^S pour parler à la fois du degré d'acceptabilité et de la sémantique S.

Il s'agit d'une définition très générale n'imposant aucune contrainte sur Deg_A^S. Pour cette raison, comme pour le cas des extensions, des axiomes ont été énoncés pour ces fonctions afin d'obtenir le comportement souhaité [1, 12, 14]. Ces derniers sont présentés dans la table 3 en annexe.

En plus de cette définition, voici quelques notations usuelles qui sont utilisées dans la suite de cet article :

- $\mathrm{Att}_a = \{b \in \mathcal{A} \mid (b, a) \in \mathcal{R}\}$ est l'ensemble des arguments qui attaquent l'argument a ;
- $\mathrm{sAtt}_a = \{b \in \mathrm{Att}_a \mid Deg_A^S(b) \neq 0\}$;
- $\mathrm{Supp}_a = \{c \in \mathcal{A} \mid (c, a) \in \mathcal{S}\}$ est l'ensemble des arguments qui supportent l'argument a ;
- $\mathrm{sSupp}_a = \{c \in \mathrm{Supp}_a \mid Deg_A^S(c) \neq 0\}$;
- Soit A, A' des QBAF. $A'' = A \oplus A'$ est le QBAF défini par : $\mathcal{A}'' = \mathcal{A} \cup \mathcal{A}', \mathcal{R}'' = \mathcal{R} \cup \mathcal{R}', \mathcal{S}'' = \mathcal{S} \cup \mathcal{S}'$;
- On appelle un isomorphisme de A vers A', une fonction f bijective qui conserve les relations et les étiquettes des graphes : $\forall a, b \in \mathcal{A}, w(a) = w'(f(a)), (b, a) \in \mathcal{R}$ ssi $(f(b), f(a)) \in \mathcal{R}'$ et $(b, a) \in \mathcal{S}$ ssi $(f(b), f(a)) \in \mathcal{S}'$.

Att_a et Supp_a sont des ensembles fixes définis en même temps que le QBAF auquel ils sont associés. Inversement, sAtt_a et sSupp_a peuvent changer selon le choix de la sémantique choisie mais également évoluent avec l'acceptabilité des arguments du graphe.

Parmi les différents axiomes de la littérature, Mossakowski et Neuhaus [12] proposent la modularité qui définit une sémantique graduelle particulière, appelée *sémantique modulaire*. Formellement, $Deg_A^S(a)$ est définie comme : $Deg_A^S(a) = i(\alpha(g_a, s), w(a))$ où α est une fonction d'agrégation qui combine les relations (que ce soit d'attaque ou de support) d'un argument (g_a) avec le degré d'acceptabilité (s) de tous les arguments du graphe et i une fonction d'influence qui agrège le poids intrinsèque $w(a)$ de l'argument avec la valeur de α. Cette définition permet de décomposer le calcul de l'acceptabilité d'un argument en deux étapes créant un processus considéré comme intrinsèquement explicable et offrant la possibilité de contraindre chacune des étapes différemment.

Il faut noter qu'il s'agit d'une définition récursive. En effet, le calcul de l'acceptabilité d'un argument nécessite d'avoir calculé l'acceptabilité des attaquants et supports de ce dernier. De fait, dans le cas d'un graphe d'argumentation cyclique, la convergence de ce calcul n'est pas garantie et dépend du choix de α et de i [14].

2.2 Fonction d'agrégation et propriétés usuelles

Une fonction d'agrégation est une fonction qui combine un ensemble de valeurs en une unique valeur et qui peut prendre de multiples formes, voir par exemple [4, 7, 10, 15, 16]. De nombreuses propriétés permettant de caractériser leur comportement ont été proposées dans la littérature [3, 7], certaines d'entre elles sont présentées dans la table 2 en annexe.

3 Sémantique agrégative graduelle

Dans cette section, nous introduisons une nouvelle définition de sémantiques graduelles en argumentation que nous appelons *sémantique agrégative* pour souligner le rôle qu'y jouent les fonctions d'agrégation. Nous discutons également de son lien avec les sémantiques modulaires.

3.1 Architecture globale

Une sémantique agrégative suit un principe similaire à celui des sémantiques modulaires, en considérant une modularité accrue : elle exploite la bipolarité des relations d'attaque et de support des QBAF en traitant séparément l'agrégation des poids des attaquants et celle des supports, ce qui constitue une différence fondamentale avec ce qui est fait dans la littérature. En effet, cela permet une prise en compte indépendante et potentiellement asymétrique de ces deux composantes. Les deux valeurs ainsi obtenues sont ensuite agrégées avec le poids intrinsèque de l'argument concerné. Cette idée est formalisée dans la définition suivante.

Définition 3 (Sémantique agrégative graduelle)**.** *Soit $A = (\mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{S}, w) \in$ WAG, $a \in \mathcal{A}$ et J un ensemble préordonné.*

On définit le degré d'acceptabilité de a comme $\mathrm{Deg}_A^S(a) = \varphi_f(\pi_\mathcal{R}(a), \pi_\mathcal{S}(a), w(a))$ *avec :*
- *$\pi_\mathcal{R} : \mathcal{A} \to J$, le poids global des attaquants d'un argument ;*
- *$\pi_\mathcal{S} : \mathcal{A} \to J$ le poids global des supports d'un argument ;*
- *$\varphi_f : J^2 \times I \to I$ une fonction d'agrégation.*

Les fonctions π_* ($* \in \{\mathcal{R}, \mathcal{S}\}$) représentent le résultat de l'agrégation de l'acceptabilité de tous les attaquants ou de tous les supports d'un argument. Formellement, en notant $b_1, \ldots, b_n$ (respectivement $c_1, \ldots, c_m$) les éléments de Att_a (respectivement $Supp_a$) et $\varphi_\mathcal{R}$, $\varphi_\mathcal{S}$ deux fonctions d'agrégation, on a
- $\pi_\mathcal{R}(a) = \varphi_\mathcal{R}(\mathrm{Deg}_A^S(b_1), \ldots, \mathrm{Deg}_A^S(b_n))$ *;*
- $\pi_\mathcal{S}(a) = \varphi_\mathcal{S}(\mathrm{Deg}_A^S(c_1), \ldots, \mathrm{Deg}_A^S(c_m))$.

Dans le cas où $\mathrm{Att}_a = \emptyset$, on adopte la convention que $\pi_\mathcal{R}(a) = 0$. De même, si $\mathrm{Supp}_a = \emptyset$, $\pi_\mathcal{S}(a) = 0$. Dans la suite et sans hypothèse supplémentaire on prend $I = J = [0, 1]$.

Cette formalisation ouvre la voie vers de nouvelles sémantiques d'acceptabilité pour les QBAF, selon les fonctions d'agrégation choisies pour instancier la définition 3. La section suivante examine, dans le cadre du calcul du degré d'acceptabilité, le sens des propriétés classiques qu'elles peuvent présenter. La section 5 examine, réciproquement, la correspondance des axiomes classiques des sémantiques argumentatives avec ces propriétés.

Remarque – Le nom de certaines propriétés des fonctions d'agrégation est également utilisé pour parler de propriétés parfois très différentes en argumentation [1]. Afin de pouvoir les distinguer, nous utilisons le mot postulat pour parler des propriétés souhaitables provenant du domaine des fonctions d'agrégation et nous gardons le mot axiome pour les propriétés issues de l'argumentation.

Dans la suite, $A = (\mathcal{A}, \mathcal{R}, \mathcal{S}, w)$ est un QBAF et Deg_A^S une sémantique agrégative graduelle avec $\varphi_f, \varphi_\mathcal{R}, \varphi_\mathcal{S}$ les fonctions d'agrégation associées.

3.2 Comparaison avec les sémantiques modulaires

La définition de sémantique agrégative que nous proposons repose sur le même principe que les sémantiques modulaires, à savoir décomposer le calcul de l'acceptabilité d'un argument en différentes étapes afin d'une part de pouvoir contraindre chacune d'entre elles indépendamment et d'autre part obtenir un processus explicable. Contrairement au cas des sémantiques modulaires, nous décomposons le calcul de la fonction α en deux étapes. Attaque et support étant deux relations indépendantes l'une de l'autre, nous souhaitons conserver cette indépendance. Bien qu'il soit possible par l'intermédiaire de α d'agréger les attaquants (respectivement supports) de la même manière que $\varphi_\mathcal{R}$ (respectivement $\varphi_\mathcal{S}$), ces deux valeurs doivent ensuite être combinées avant d'être agrégées avec w, empêchant un traitement asymétrique entre eux. Un exemple d'un tel scénario est donné dans la section 6.

À l'inverse, nous pensons qu'il existe une réécriture des sémantiques modulaires en sémantique agrégative. Une telle réécriture est proposée dans la table 1 dans le cas particulier des fonctions utilisées dans la littérature. Toutefois, la preuve formelle de ce résultat est un travail en cours. Comme les propriétés présentées dans [12, 14] ont été écrites spécifiquement pour les sémantiques modulaires, elles ne sont pas non plus discutées dans cet article.

Comme dans le cas modulaire, la définition de sémantique agrégative que nous proposons est récursive, aussi la question de la convergence du calcul de l'acceptabilité dans le cas des graphes cycliques se pose également. Nous ne la considérons pas dans cet article, en la laissant pour des travaux futurs, et en concentrant ici la discussion sur l'impact et la pertinence des propriétés des fonctions d'agrégation.

4 Discussion sur les propriétés souhaitables des différentes fonctions d'agrégation

Dans cette section, nous examinons différentes propriétés des fonctions d'agrégation dans le cadre de l'argumentation.

En particulier, nous discutons de la pertinence de celles-ci et cherchons à identifier dans quel contexte ces propriétés sont pertinentes, voire requises. Leur formalisation est regroupée dans la table 2 en annexe.

4.1 Les cas de $\varphi_{\mathcal{R}}$ et $\varphi_{\mathcal{S}}$

Cette section s'intéresse à la définition du poids global des attaquants et des supports d'un argument et plus particulièrement aux propriétés de $\varphi_{\mathcal{R}}$ et $\varphi_{\mathcal{S}}$. Dans toute la suite, ces deux fonctions sont notées φ_* avec $* \in \{\mathcal{R}, \mathcal{S}\}$. De plus, à part si la distinction entre attaquants et supports est nécessaire, nous utilisons le cas des attaquants de façon systématique pour expliquer et discuter des postulats à venir. Dans la suite, nous considérons un argument $a \in \mathcal{A}$.

(P1) : Conditions aux limites de φ_* – En plus des conditions aux limites présentées dans la table 2, il y a un cas limite supplémentaire à considérer en argumentation : celui de l'ensemble vide. Si a n'est pas attaqué, $\varphi_{\mathcal{R}}$ n'est pas défini. On adopte alors la convention que le poids global des attaquants de a est égal à 0.

(P2) : Croissance de φ_* – Ce deuxième postulat traduit que si l'acceptabilité d'un des attaquants de a augmente alors le poids agrégé des attaquants de ce dernier augmente ou reste constant. Il s'agit du comportement le plus souvent attendu quel que soit le contexte.

(P3) : Continuité de φ_* – Considérons une situation dans laquelle l'acceptabilité d'un des attaquants de a change un petit peu et nous voulons savoir quelle est l'évolution du poids global des attaquants. Une première possibilité est que cela n'entraîne qu'une légère modification sur le poids global des attaquants, ce que le postulat de continuité garantit. Néanmoins, dans certains scénarios, on peut imaginer que des effets de seuil apparaissent : au-delà ou en deçà d'un certain poids global pour les attaquants, il peut y avoir par exemple saturation entraînant un saut brusque qui correspond à une discontinuité. En faisant l'hypothèse d'un nombre au plus dénombrable de tels seuils, ce postulat devient alors que les fonctions φ_* doivent être continues par morceaux.

(P4) : Commutativité de φ_* – La pertinence du postulat de commutativité pour φ_* dépend du contexte considéré. En effet, si une fonction vérifie ce postulat alors l'ordre des variables de la fonction n'est pas important. C'est le cas par exemple lors de combinaisons de critères d'importance égale ou bien dans des procédures de vote. En argumentation, si la temporalité doit être prise en compte dans le calcul de l'acceptabilité d'un argument, les attaquants ne jouent pas un rôle symétrique. En effet, l'ordre d'énonciation joue un rôle crucial dans la construction d'un débat : par exemple un argument énoncé au tout début ou à la toute fin d'un débat a généralement plus d'impact que ceux au milieu [11]. Dans ce cas, les arguments ne peuvent pas être permutés et un poids pourrait être ajouté pour l'agrégation en fonction de la proximité avec le début et la fin du débat. La propriété de commutativité n'est alors pas souhaitée.

(P6) : Associativité de φ_* – Il s'agit principalement d'une caractéristique structurelle dont l'intérêt est de pouvoir agréger les données déjà présentes puis ensuite de mettre à jour avec les nouvelles données qui arrivent. En argumentation, dans le cas où l'ordre d'énonciation des arguments n'est pas pris en compte, toutes les informations sont déjà présentes dans le graphe au moment de l'agrégation. De plus, il s'agit d'une propriété très restrictive [10], c'est pourquoi sans autre contrainte cette propriété n'est en général pas requise.

(P5) : Idempotence de φ_* – La propriété d'idempotence est généralement souhaitable dans le cas où les sources des valeurs à agréger ne sont pas indépendantes. Dans ce cas, il y a redondance de l'information et donc elle est résumée en une valeur. À l'inverse, si les sources sont indépendantes, alors des informations redondantes se renforcent ou s'affaiblissent. Nous discutons de cette propriété au point suivant. En argumentation, dans le cas où l'on souhaite tenir compte du nombre d'arguments, c'est-à-dire de la redondance, cette propriété n'est donc pas souhaitable. En effet, si l'on impose l'idempotence, un argument attaqué par un seul argument d'acceptabilité x et un autre attaqué par plusieurs arguments de même acceptabilité x auraient alors le même poids global pour ses attaquants.

De plus, si φ_* est associative et idempotente, la répétition d'un argument devient inutile. En effet, $\varphi_*(x, x, y) = \varphi_*(\varphi_*(x, x), y) = \varphi_*(x, y)$. De fait, si l'on souhaite donner un sens à la répétition d'un argument, la négation d'au moins un de ces postulats devient nécessaire.

(P7-8) : Affaiblissement et renforcement de φ_* – Les postulats d'affaiblissement et de renforcement sont très reliés à la gestion des valeurs *faibles* et des valeurs *fortes*. Dans [1], l'axiome de monotonie exprime le fait qu'un argument moins attaqué ou plus soutenu, toutes choses égales par ailleurs, a une acceptabilité plus forte. Cela n'est pas évident et dépend notamment de l'attaquant supplémentaire : un argument "stupide" pourrait desservir son propre camp en faisant diminuant la confiance envers le camp des attaquants.

Lorsque les axiomes de monotonie et neutralité [1] sont vérifiés, le comportement à l'égard de ces arguments "stupides" est l'ignorance. Une autre possibilité est que l'ajout d'un argument de ce type affaiblisse l'ensemble des attaquants, c'est-à-dire diminue la valeur du poids global de l'ensemble d'arguments. À l'inverse, un ensemble d'arguments "brillants" peut se renforcer encore plus donnant un poids global encore plus important.

Ces deux comportements ne sont pas compatibles entre eux. Néanmoins, il existe des opérateurs comme par exemple les uninormes qui présentent un comportement hybride. Le domaine de définition est alors découpé de sorte que pour un ensemble d'arguments "faibles" la valeur agrégée soit encore plus faible et que pour un ensemble d'arguments "forts" elle soit encore plus forte.

Enfin, dans le cas ou l'opérateur est également monotone et idempotent alors les seules fonctions possibles sont les fonctions min et max. En effet, en notant $\mathbf{x_n} = (x_1, \ldots, x_n)$ et x (respectivement X) le minimum (respectivement le maximum) de $\mathbf{x_n}$, on a pour l'affaiblissement $x = \varphi(\mathbf{x}) \leq \varphi(\mathbf{x}_n) \leq x$ c'est-à-dire $\varphi(\mathbf{x}_n) = x = \min_{i \in [1,n]}(x_i)$. De la même façon avec le postulat de renforcement, si φ est monotone et idempotente alors $\varphi(\mathbf{x}_n) = X = \max_{i \in [1,n]}(x_i)$.

(P9) : Composition de φ_* – Aucun des postulats précédents n'impose de comportement dans le cas où un argument est ajouté. De fait, si par exemple un argument c attaquant à la fois un argument a et un argument b est ajouté alors rien ne garantit qu'il ne va pas avoir pour effet d'inverser le rapport de forces entre l'ensemble des attaquants de chaque argument. Dans le cas où tous les arguments ne sont pas déjà présents dans le graphe et que ces derniers sont ajoutés séquentiellement, ce n'est pas un comportement souhaitable. En effet, dans le scénario le plus extrême c pourrait faire augmenter le poids global des attaquants de a jusqu'à celui de b mais jamais le dépasser si à la base il était inférieur. Cet argument étant présent dans les deux ensembles d'attaquants et l'ensemble d'attaquants de b étant à la base plus fort que celui de a, l'ensemble d'attaquants de b doit rester au moins aussi fort que celui de a. Cette propriété est traduite par le postulat de composition.

(P10) : Décomposition de φ_* – De façon identique au postulat de composition, la propriété de décomposition précise que si un attaquant de deux arguments est retiré alors l'ordre entre le poids global des attaquants de chacun de ces deux arguments est conservé. Dans le cas où la temporalité est prise en compte, un tel scénario apparaît si l'on souhaite modéliser un mécanisme d'oubli. Un argument ayant été énoncé "longtemps" auparavant est oublié au bout d'un certain temps si celui-ci n'a pas été réénoncé. Dans ce cas, l'argument disparaît et est donc retiré des valeurs à agréger. Un autre contexte dans lequel cette situation peut se présenter est celui où l'on considère 0 comme élément neutre des fonctions φ_*. Avec cette hypothèse, rendre un argument non acceptable, c'est-à-dire que son acceptabilité devient nulle, revient à retirer l'argument de l'agrégation.

4.2 Le cas de φ_f

Cette sous-section discute des postulats de la fonction d'agrégation φ_f qui calcule le degré d'acceptabilité d'un argument en fonction du poids global de ses attaquants, de ses supports et de son poids intrinsèque.

(P2) : Monotonie de φ_f – Contrairement aux deux autres fonctions d'agrégations, φ_f admet un nombre fixe de variables possédant chacune une sémantique différente. La première correspond au poids des attaquants d'un argument : plus celle-ci est élevée, plus l'acceptabilité de l'argument est faible. À l'inverse, la deuxième et la troisième variables de la fonction correspondent au poids des supports et à la force intrinsèque de l'argument. De fait plus l'une d'elles est élevée, plus l'acceptabilité augmente. Ainsi, φ_f est décroissante selon sa première variable et croissante selon les deux dernières.

(P1) : Conditions aux limites de φ_f – En raison de la monotonie de φ_f, ses conditions aux limites diffèrent de celles présentées dans la table2. Elles s'écrivent : $\varphi_f(0, 1, 1) = 1$ et $\varphi_f(1, 0, 0) = 0$. Nous ajoutons également une condition aux limites supplémentaire : $\varphi_f(0, 0, w) = w$. Il s'agit d'une propriété élémentaire : un argument qui n'est ni attaqué, ni soutenu a une acceptabilité égale à son poids intrinsèque.

(P3) : Continuité de φ_f – Tout comme pour $\varphi_{\mathcal{R}}$ et $\varphi_{\mathcal{S}}$, la continuité de φ_f dépend du choix ou non d'inclure des effets de seuil et de saturation dans la modélisation.

(P4) : Commutativité de φ_f – Les arguments de φ_f n'étant pas symétriques et ayant chacun sa propre sémantique, la commutativité n'est pas une propriété désirable. En effet, si permuter le poids des attaquants avec le poids des supports n'a aucun effet sur l'acceptabilité d'un argument alors, sauf cas particulier, cela signifie que faire une distinction entre attaquant et support n'apporte rien à la modélisation et donc la bipolarité n'a aucun intérêt.

(P6-9-10) : Associativité, composition et décomposition de φ_f – Contrairement à $\varphi_{\mathcal{R}}$ $\varphi_{\mathcal{S}}$, certaines fonctions d'agrégation, comme φ_f, possèdent un nombre fixe de variables et leur place dans l'expression de φ_f est fixe également. Dans ce cas là, les postulats d'associativité, de composition et de décomposition n'ont alors pas de sens.

(P5) : Idempotence de φ_f – La propriété d'idempotence appliquée à φ_f est un cas particulier d'une propriété plus large correspondant à une forme de symétrie entre les attaquants et les supports. En effet, considérer que $\varphi_f(x, x, x) = x$ peut être justifié par le fait que les attaquants et les supports jouent un rôle symétrique et donc se compensent. Dans ce cas, cela se généralise sous la forme : $\forall x, w \in I, \varphi_f(x, x, w) = w$.

(P7-8) : Affaiblissement et Renforcement de φ_f – En raison de la monotonie de φ_f, le postulat d'affaiblissement devient : un poids global des attaquants "élevé" et des valeurs "faibles" pour le poids des supports et le poids de l'argument s'affaiblissent pour donner une acceptabilité encore plus faible. De la même manière, un argument "fort", "faiblement" attaqué et "fortement" soutenu aura une valeur d'acceptabilité renforcée, c'est-à-dire encore plus forte. Avec un comportement hybride, φ_f étale les valeurs d'acceptabilité permettant d'obtenir plus de contraste entre arguments forts et faibles. Dans les cas où une décision précise est requise, ce comportement peut permettre de limiter le nombre de choix possibles.

5 Comparaison formelle avec les axiomes classiques des QBAF

Dans cette section, nous revenons sur les axiomes des QBAF les plus couramment utilisés à notre connaissance dans la littérature [1, 12, 14], et présentés dans la table 3. Tout d'abord nous examinons leurs liens avec les différents postulats précédents. Certains axiomes n'ayant pas de lien avec ces postulats, nous proposons ensuite d'adapter ces derniers au cadre d'une sémantique agrégative.

Les preuves des propositions sont dans la plupart des cas directes et ne sont pas détaillées ici.

5.1 Lien entres les axiomes argumentatifs et les propriétés des opérateurs d'agrégation

La définition d'une sémantique agrégative impose une structure particulière pour calculer le degré d'acceptabilité d'un argument. En effet, seuls les degrés d'acceptabilité des attaquants directs et des supports directs d'un argument ainsi que le poids de l'argument lui-même sont pris en compte pour ce calcul. Pour cette raison, certains axiomes de l'argumentation sont vérifiés sans aucune hypothèse supplémentaire sur les fonctions d'agrégation.

Proposition 1. *Soit A un QBAF acyclique et* Deg_A^S *une sémantique agrégative. Alors* Deg_A^S *vérifie les axiomes (A1), (A2), (A3), (A5).*

L'axiome d'équivalence (A4) garantit que l'acceptabilité d'un argument ne dépend que de son propre poids et du poids global de ses attaquants et supports. Dans le cadre d'une sémantique agrégative dont les fonctions $\varphi_{\mathcal{R}}$ et $\varphi_{\mathcal{S}}$ sont non commutatives, l'acceptabilité d'un argument dépend également de l'ordre des attaquants et des supports. Pour satisfaire cet axiome il faut donc imposer la commutativité de ces deux fonctions.

Proposition 2 (Équivalence)**.** *Soit A, un QBAF acyclique et* Deg_A^S *une sémantique agrégative. Si* $\varphi_{\mathcal{R}}$ *et* $\varphi_{\mathcal{S}}$ *sont commutatives,* Deg_A^S *vérifie l'axiome d'équivalence.*

L'axiome suivant est celui de neutralité (A6). Il s'intéresse à l'effet des attaquants et des supports d'acceptabilité nulle. Ils sont qualifiés d'inutiles (*worthless*) [1] et ne doivent donc pas avoir d'impact sur l'acceptabilité d'un argument : dans le cadre d'une sémantique agrégative, ils ne doivent pas modifier la valeur du poids des attaquants ou des supports. Ce n'est pas le cas par défaut et nécessite d'imposer que 0 est un élément neutre pour $\varphi_{\mathcal{R}}$ et $\varphi_{\mathcal{S}}$.

Proposition 3 (Neutralité)**.** *Soit A un QBAF acyclique et* Deg_A^S *une sémantique agrégative. Si* 0 *est un élément neutre pour* $\varphi_{\mathcal{R}}$ *et* $\varphi_{\mathcal{S}}$*,* Deg_A^S *vérifie l'axiome de neutralité.*

Les deux axiomes suivants sont la monotonie (A7) et le renforcement (A8) tous les deux au sens de l'argumentation. Ils concernent l'évolution du degré d'acceptabilité quand on ajoute des attaquants ou des supports (axiome de monotonie) ou quand on modifie l'acceptabilité de l'un d'entre eux (axiome de renforcement).

Proposition 4 (Renforcement)**.** *Soit* $A \in WAG$*, un QBAF acyclique et* Deg_A^S *une sémantique agrégative. Si* $\varphi_{\mathcal{R}}$*, et* $\varphi_{\mathcal{S}}$ *sont croissantes (respectivement strictement croissantes) et* φ_f *est croissante selon x et décroissante selon y (respectivement strictement monotone) alors* Deg_A^S *vérifie l'axiome de renforcement (respectivement renforcement strict) au sens de l'argumentation.*

Pour l'axiome de monotonie, une hypothèse supplémentaire est nécessaire : 0 doit être élément neutre. En effet, il n'y a aucun postulat des fonctions d'agrégation qui explicite le comportement dans tous les cas quand un argument est ajouté. En effet, le postulat de composition (P9) concerne l'ajout d'un même ensemble d'arguments à deux ensembles. D'autre part, les postulats d'affaiblissement et de renforcement donnent une borne inférieure ou supérieure pour le résultat mais ne fournissent pas d'informations sur l'évolution par rapport à l'absence de cet argument. Or si 0 est élément neutre, on peut écrire $\forall z \in [0,1], \varphi_{\mathcal{R}}(\mathbf{x}_n) = \varphi_{\mathcal{R}}(\mathbf{x}_n, 0) \leq \varphi_{\mathcal{R}}(\mathbf{x}_n, z)$.

Proposition 5 (Monotonie)**.** *Soit A un QBAF acyclique et* Deg_A^S *une sémantique agrégative. Si* 0 *est un élément neutre pour* $\varphi_{\mathcal{R}}$ *et* $\varphi_{\mathcal{S}}$ *et que les trois fonctions d'agrégation sont monotones, alors* Deg_A^S *vérifie l'axiome de monotonie.*

5.2 Reformulation de certains axiomes de l'argumentation pour une sémantique agrégative

Résilience (A9) – Cet axiome donne un rôle particulier aux valeurs extrêmes des poids intrinsèques et finaux d'un argument. En effet, ces valeurs d'acceptabilité ne peuvent être atteintes que par des arguments ayant déjà cette valeur comme poids. Ainsi, un argument d'acceptabilité égale à 0.99 mais dont le poids intrinsèque est différent de 1 ne pourra jamais être totalement accepté peu importe la qualité de ses supports. Il s'agit d'un principe optionnel dont l'intérêt dépend de la nature des arguments [1].

Les postulats sur les fonctions d'agrégation n'imposent aucun comportement à propos de l'impact des attaquants et des supports sur le poids d'un argument. Selon quelle relation est la plus forte, aucune règle n'est spécifiée sur la valeur de $Deg_A^S(a)$ par rapport à son poids intrinsèque. Les axiomes de Franklin, d'affaiblissement et de consolidation proposent de telles règles, constituant les premières règles entremêlant les trois fonctions d'agrégation.

Principe de Franklin (A10) – Le principe de Franklin est décrit dans [1] comme un principe indiquant la manière dont les attaquants et les supports d'un argument doivent être agrégés. Il s'agit de la première propriété qui relie les différentes fonctions d'agrégation. En effet, cet axiome régit les situations dans lesquelles un attaquant et un

$\alpha = \varphi_{\mathcal{S}} - \varphi_{\mathcal{R}}$		(P1)	(P2)	(P3)	(P4)	(P5)	(P6)	(P7)	(P8)	(P9)	(P10)
Somme	$\varphi_{\mathcal{R}/\mathcal{S}}(b_1, \dots, b_n) = \sum_i b_i$	×	✓	✓	✓	×	✓	×	✓	✓	✓
Produit	$\varphi_{\mathcal{R}/\mathcal{S}}(b_1, \dots, b_n) = 1 - \prod_i (1 - b_i)$	✓	✓	✓	✓	×	✓	×	✓	✓	✓
Maximum	$\varphi_{\mathcal{R}/\mathcal{S}}(b_1, \dots, b_n) = \max_i(b_i)$	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×	✓	✓	×
φ_f											
Linear(κ)	$\varphi_f(x, y, w) = w - \frac{w}{\kappa}\max(0, -s) + \frac{1-w}{\kappa}\max(0, s)$ avec $s = y - x$	✓	✓	✓	×	✓		×	×		
Euler-based	$\varphi_f(x, y, w) = 1 - \frac{1-w^2}{1+we^s}$ avec $s = y - x$	✓	✓	✓	×	✓		×	×		
p-Max(κ)	$\varphi_f(x, y, w) = w \times (1 + h(\frac{s}{\kappa}) - h(-\frac{s}{\kappa}))$ avec $h(x) = \frac{\max(0,x)^p}{1+\max(0,x)^p}$ et $s = y - x$	✓	✓	✓	×	✓		×	×		
	$\varphi_f(x, y, z) = \begin{cases} \min(\max(0, \frac{z-x}{1-y}), 1) & \text{si } y < 1 \\ \frac{1+\text{signe}(z-x)}{2} & \text{si } y = 1 \end{cases}$	✓	✓	✓	×	×		×	×		

TABLE 1 – Exemples de fonctions d'agrégation pour les sémantiques de la littérature. À l'exception de la somme ou $I = \mathbb{R}$, les autres fonctions sont définies de $[0, 1]$ dans $[0, 1]$.

support de même acceptabilité sont ajoutés. Dans un cas, l'attaquant domine le support et donc l'acceptabilité globale diminue (principe de Franklin). Dans l'autre, attaquant et support se compensent et donc la valeur d'acceptabilité ne change pas (principe de Franklin strict). Dans notre formalisme où l'asymétrie est permise, l'ajout d'un attaquant et d'un support de même force peut ne pas avoir le même impact sur le poids global des attaquants et des supports. Néanmoins, peu importe ces nouvelles valeurs, nous avons une information sur les nouvelles acceptabilités. En réécrivant ce principe avec notre formalisme et en reprenant les notations de la table 2 nous avons : $\varphi_f(\varphi_{\mathcal{R}}(\mathbf{x_n}, x), \varphi_{\mathcal{S}}(\mathbf{y_m}, x), w) \leq \varphi_f(\varphi_{\mathcal{R}}(\mathbf{x_n}), \varphi_{\mathcal{S}}(\mathbf{y_m}), w)$ et égalité dans le cas strict.

Affaiblissement (A11) – Informellement, l'axiome d'affaiblissement s'intéresse au cas où les attaquants "dominent" les supports. Dans cette situation, le degré d'acceptabilité doit être inférieur strictement au poids de l'argument. Il s'agit de la deuxième propriété qui impose un comportement entremêlant les trois fonctions d'agrégation. En effet, en réécrivant formellement cet axiome dans notre formalisme on a : soit $a \in \mathcal{A}$ tel que $w(a) > 0$, et sous réserve d'existence soit f une fonction injective de Supp_a vers Att_a telle que $\forall x \in \text{Supp}_a$, $Deg^S_A(x) \leq Deg^S_A(f(x))$. Avec $\text{Supp}_a = \mathbf{x}_m$ et $\text{Att}_a = \mathbf{y}_n$, si $\exists x_i$ tel que $Deg^S_A(x_i) < Deg^S_A(f(x_i))$ ou $\exists y_j$ tel que $f^{-1}(y_j) = \emptyset$ et $Deg^S_A(y_j) > 0$ alors on a : $\varphi_f(\varphi_{\mathcal{R}}(\mathbf{y}_n), \varphi_{\mathcal{S}}(\mathbf{x}_m), w(a)) < w(a)$.

Pour tenter de séparer cet axiome en deux propriétés indépendantes, on peut ajouter un deuxième résultat : $\varphi_{\mathcal{S}}(\mathbf{x}_m) < \varphi_{\mathcal{R}}(\mathbf{y}_n)$. Avec ce résultat, l'axiome d'affaiblissement devient alors que si le poids global des attaquants est plus fort que celui des supports, alors l'acceptabilité est inférieure au poids initial de l'argument. Cependant, cette proposition n'est plus équivalente à l'axiome de base. En effet, en prenant comme fonction d'agrégation pour $\varphi_{\mathcal{R}}$ et $\varphi_{\mathcal{S}}$ la fonction min, alors malgré l'existence d'une telle injection entre les deux ensembles d'argument, si on a $\min(\mathbf{y}_j) < \min(\mathbf{x}_i)$, le poids global des attaquants sera plus faible que celui des supports. Si par ailleurs on choisit pour φ_f une moyenne pondérée qui accorde plus de poids à l'attaque qu'au support, alors on peut avoir malgré tout $Deg^S_A(a) < w(a)$ ce qui vérifie l'axiome d'affaiblissement mais contredit la propriété de "découplage" $\varphi_{\mathcal{S}}(\mathbf{x}_m) < \varphi_{\mathcal{R}}(\mathbf{y}_n)$.

Consolidation (A12) – De même, l'axiome de consolidation régit le cas où les supports "dominent" les attaquants et impose que l'acceptabilité de l'argument soit supérieure strictement à son poids intrinsèque. Il s'agit de la troisième propriété liant les trois fonctions d'agrégation entre elles.

6 Discussion sur les sémantiques graduelles de la littérature

Dans cette section, nous reprenons les sémantiques graduelles les plus couramment utilisées dans la littérature et discutons de leur implémentation dans le formalisme des sémantiques agrégatives. Les résultats sont présentés dans la table 1.

Tout d'abord dans le cas des sémantiques modulaires, attaquants et supports sont agrégés collectivement. Avec les sémantiques usuelles il s'agit toujours d'une différence entre ce que nous appelons le poids des supports et celui des attaquants. De plus, l'agrégation des attaquants et celle des supports sont identiques. Cela correspond donc à $\varphi_{\mathcal{R}} = \varphi_{\mathcal{S}}$. Enfin, bien que dans tout l'article nous ayons pris $I = J = [0, 1]$, dans le cas de la fonction somme pour α ($\varphi_{\mathcal{R}}$ et $\varphi_{\mathcal{S}}$ dans notre formalisme), on a $I = \mathbb{R}$.

Contrairement aux cas précédents et pour illustrer le genre d'asymétrie qu'il est possible d'obtenir grâce à la définition de sémantique agrégative, prenons la fonction $\varphi_f : [0, 1]^3 \to [0, 1]$ définie par : $\varphi_f(x, y, z) = \begin{cases} \min(\max(0, \frac{z-x}{1-y}), 1) & \text{si } y < 1 \\ \frac{1+\text{signe}(z-x)}{2} & \text{si } y = 1 \end{cases}$

En agrégeant de cette façon, les supports (y) peuvent affecter l'acceptabilité de l'argument uniquement dans le cas où le poids des attaquants (x) est plus faible que le poids intrinsèque de l'argument (z). Dans ce cas, à l'inverse des attaquants pour lesquels c'est l'écart relatif avec le poids de l'argument qui compte, pour les supports il s'agit de leur valeur agrégée y en elle-même. Cette fonction correspond à un cas extrême où si $x \geq z$ alors le résultat final est égal à 0. Enfin, il s'agit d'une sémantique qu'il n'est pas possible d'écrire sous forme de sémantique modulaire.

7 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une formalisation d'un cas particulier de sémantiques graduelles que nous appelons sémantique agrégative. Elle repose sur la décomposition du processus de calcul de l'acceptabilité d'un argument en trois étapes d'agrégation distinctes : calcul du poids global des attaquants, calcul du poids global des supports et agrégation de ces deux poids avec le poids intrinsèque de l'argument. Grâce à la diversité des fonctions d'agrégation qui existent dans la littérature et à la discussion que nous avons menée sur les postulats et axiomes désirables pour ces fonctions, il est possible de construire de nouvelles sémantiques dépendant du contexte. Une première perspective pour ce travail consiste précisément à proposer une instanciation des sémantiques modulaires de [12] quand cela est possible, ainsi que quelques sémantiques originales afin de les comparer dans des contextes bien définis et variés. Des travaux en cours portent également sur l'extension de ce formalisme en incluant des argument de poids intrinsèque non évalué, ou encore l'ajout de nouvelles propriétés. L'objectif est d'étendre des travaux précédents [13] à ce cadre plus large pour la génération d'explications dans un cadre d'interaction humain-agent.

Références

[1] L. Amgoud and J. Ben-Naim. Weighted bipolar argumentation graphs : Axioms and semantics. In *27th International Joint Conference on Artificial Intelligence-IJCAI*, pages 5194–5198, 2018.

[2] P. Baroni, A. Rago, and F. Toni. From fine-grained properties to broad principles for gradual argumentation : A principled spectrum. *International Journal of Approximate Reasoning*, 105 :252–286, 2019.

[3] I. Bloch. Information Combination Operators for Data Fusion : A Comparative Review with Classification. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 26(1) :52–67, 1996.

[4] F. Bobillo and U. Straccia. Aggregation operators for fuzzy ontologies. *Applied Soft Computing*, 13(9) :3816–3830, 2013.

[5] C. Cayrol and M.-C. Lagasquie-Schiex. Gradual valuation for bipolar argumentation frameworks. In *European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning and Uncertainty(ECSQARU)*, pages 366–377. Springer, 2005.

[6] C. Cayrol and M.-C. Lagasquie-Schiex. On the acceptability of arguments in bipolar argumentation frameworks. In *European Conference on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning and Uncertainty (ECASQARU)*, pages 378–389. Springer, 2005.

[7] D. Dubois and H. Prade. A review of fuzzy set aggregation connectives. *Information Sciences*, 36(1-2) :85–121, 1985.

[8] D. Dubois and H. Prade. An introduction to bipolar representations of information and preference. *International Journal of Intelligent Systems*, 23(8) :866–877, 2008.

[9] P. M. Dung. On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n-person games. *Artificial Intelligence*, 77 :321–357, 1995.

[10] M. Grabisch, J.-L. Marichal, R. Mesiar, and E. Pap. *Aggregation functions*, volume 127. Cambridge University Press, 2009.

[11] N. Miller and D. T Campbell. Recency and primacy in persuasion as a function of the timing of speeches and measurements. *The Journal of Abnormal and Social Psychology*, 59(1) :1, 1959.

[12] T. Mossakowski and F. Neuhaus. Modular semantics and characteristics for bipolar weighted argumentation graphs. *arXiv preprint arXiv :1807.06685*, 2018.

[13] Y. Munro, I. Bloch, M. Chetouani, M.-J. Lesot, and C. Pelachaud. Argumentation and causal models in human-machine interaction : a round trip. In *8th International Workshop on Artificial Intelligence and Cognition*, 2022.

[14] N. Potyka. Extending modular semantics for bipolar weighted argumentation. In *KI 2019 : Advances in Artificial Intelligence : 42nd German Conference on AI*, pages 273–276. Springer, 2019.

[15] V. Torra and Y. Narukawa. *Modeling decisions : information fusion and aggregation operators*. Springer Science & Business Media, 2007.

[16] R. R Yager and A. Rybalov. Full reinforcement operators in aggregation techniques. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 28(6) :757–769, 1998.

8 Annexe

Nom	Propriété de φ
(P1) : Conditions aux limites	$\varphi(0,\ldots,0) = 0$ et $\varphi(1,\ldots,1) = 1$
(P2) : Monotonie (croissance)	si $x'_{n+1} \leq x'_{n+1}$, $\quad \varphi(\mathbf{x}_n, x'_{n+1}) \leq \varphi(\mathbf{x}_n, x_{n+1})$
(P3) : Continuité	$\lim_{\mathbf{x}'_n \to \mathbf{x}_n} \varphi(\mathbf{x}'_n) = \varphi(\mathbf{x}_n)$
(P4) : Commutativité	soit σ une permutation de $[1,n]$, $\quad \varphi(\mathbf{x}_n) = \varphi(x_{\sigma(1)},\ldots,x_{\sigma(n)})$
(P5) : Idempotence	$\varphi(x,\ldots,x) = x$
(P6) : Associativité	$\varphi(\varphi(\mathbf{x}_n), \varphi(\mathbf{y}_m)) = \varphi(\mathbf{x}_n, \mathbf{y}_m)$
(P7) : Affaiblissement	$\varphi(\mathbf{x}_n) \leq \min(\mathbf{x}_n)$
(P8) : Renforcement	$\varphi(\mathbf{x}_n) \geq \max(\mathbf{x}_n)$
(P9) : Composition	si $\varphi(\mathbf{x}_n) \leq \varphi(\mathbf{y}_m)$, $\varphi(\mathbf{x}_n, \mathbf{z}) \leq \varphi(\mathbf{y}_m, \mathbf{z})$ quelle que soit la position de $\mathbf{z}$
(P10) : Décomposition	si $\varphi(\mathbf{x}_n, \mathbf{z}) \leq \varphi(\mathbf{y}_m, \mathbf{z})$, $\varphi(\mathbf{x}_n) \leq \varphi(\mathbf{y}_m)$ quelle que soit la position de $\mathbf{z}$

TABLE 2 – Propriétés classiques des fonctions d'agrégation. Notations : les variables écrites en gras et indicées par n, comme $\mathbf{x}_n = (x_1, \ldots x_n)$, sont des éléments de $[0,1]^n$, les autres variables sont des valeurs de $[0,1]$.

Nom	Définition
(A1) : Anonymat	$\forall f$ isomorphisme de A vers A', $\forall a \in \mathcal{A}, Deg^S_A(a) = Deg^S_{A'}(f(a))$
(A2) : Indépendance	Si $\mathcal{A} \cap \mathcal{A}' = \emptyset$ alors $\forall a \in \mathcal{A}$, $Deg^S_A(a) = Deg^S_{A \oplus A'}(a)$
(A3) : Directionnalité	Si $\mathcal{A} = \mathcal{A}', w = w', \mathcal{R} \subseteq \mathcal{R}'$ et $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{S}'$ alors $\forall a,b,x \in \mathcal{A}$ si $\mathcal{R}' \cup \mathcal{S}' = \mathcal{R} \cup \mathcal{S} \cup \{(a,b)\}$ et qu'il n'y a pas de chemin entre b et x, $Deg^S_A(x) = Deg^S_{A'}(x)$
(A4) : Équivalence	$\forall a,b \in \mathcal{A}$ si : $w(a) = w(b)$ et $\exists f : \mathrm{Att}_a \to \mathrm{Att}_b$ et $\exists f' : \mathrm{Supp}_a \to \mathrm{Supp}_b$ bijectives tel que : $\forall x \in \mathrm{Att}_a, Deg^S_A(x) = Deg^S_A(f(x))$ et $\forall y \in \mathrm{Supp}_a, Deg^S_A(y) = Deg^S_A(f'(y))$ Alors $Deg^S_A(a) = Deg^S_A(b)$
(A5) : Stabilité	$\forall a \in \mathcal{A}$, si $\mathrm{Att}_a = \mathrm{Supp}_a = \emptyset$ alors $Deg^S_A(a) = w(a)$
(A6) : Neutralité	$\forall a,b,x \in \mathcal{A}$, si $w(a) = w(b), Deg^S_A(x) = 0, \mathrm{Att}_a \subseteq \mathrm{Att}_b, \mathrm{Supp}_a \subseteq \mathrm{Supp}_b$ et $\mathrm{Att}_b \cup \mathrm{Supp}_b = \mathrm{Att}_a \cup \mathrm{Supp}_a \cup \{x\}$ alors $Deg^S_A(a) = Deg^S_A(b)$
(A7) : Monotonie	Si $\forall a,b \in \mathcal{A}$ tel que $w(a) = w(b)$, $\mathrm{Att}_a \subseteq \mathrm{Att}_b$ et $\mathrm{Supp}_b \subseteq \mathrm{Supp}_a$ alors **Monotonie :** $Deg^S_A(a) \geq Deg^S_A(b)$ **Monotonie stricte :** Si $Deg^S_A(a) > 0$ et $\mathrm{sAtt}_a \subset \mathrm{sAtt}_b$ ou $Deg^S_A(b) < 1$ et $\mathrm{sSupp}_b \subset \mathrm{sSupp}_a$ alors $Deg^S_A(a) > Deg^S_A(b)$
(A8) : Renforcement	Si $\forall a,b \in \mathcal{A}, \forall C, C' \subseteq \mathcal{A}$ et $\forall x,x',y,y' \in \mathcal{A} \setminus (C \cup C')$ tel que $w(a) = w(b)$, $\mathrm{Att}_a = C \cup \{x\}, \mathrm{Att}_b = C \cup \{y\}, \mathrm{Supp}_a = C' \cup \{x'\}, \mathrm{Supp}_b = C' \cup \{y'\}$ et $Deg^S_A(x) \leq Deg^S_A(y), Deg^S_A(x') \geq Deg^S_A(y')$ alors **Renforcement :** $Deg^S_A(a) \geq Deg^S_A(b)$ **Renforcement strict :** Si $Deg^S_A(a) > 0$ et $Deg^S_A(x) < Deg^S_A(y)$ ou $Deg^S_A(b) < 1$ et $Deg^S_A(x') > Deg^S_A(y')$ alors $Deg^S_A(a) > Deg^S_A(b)$
(A9) : Résilience	$\forall a \in \mathcal{A}$, si $0 < w(a) < 1$ alors $0 < Deg^S_A(a) < 1$
(A10) : Principe de Franklin	$\forall a,b,x,y \in \mathcal{A}$, si $w(a) = w(b)$, $\mathrm{Att}_a = \mathrm{Att}_b \cup \{x\}$, $\mathrm{Supp}_a = \mathrm{Supp}_b \cup \{y\}$ et $Deg^S_A(x) = Deg^S_A(y)$ **Franklin** : $Deg^S_A(a) \leq Deg^S_A(b)$ **Franklin Strict** : $Deg^S_A(a) = Deg^S_A(b)$
(A11) : Affaiblissement	$\forall a \in \mathcal{A}, w(a) > 0$ et $f : \mathrm{Supp}_a \to \mathrm{Att}_a$ injective tel que $\forall x \in \mathrm{Supp}_a, Deg^S_A(x) \leq Deg^S_A(f(x))$ et $\mathrm{sAtt}_a \setminus \{f(x) \mid x \in \mathrm{Supp}_a\} \neq \emptyset$ ou $\exists x \in \mathrm{Supp}_a$ tel que $Deg^S_A(x) < Deg^S_A(f(x))$ Alors $Deg^S_A(a) < w(a)$
(A12) : Consolidation (*Strengthening*)	$\forall a \in \mathcal{A}, w(a) > 0$ et $f : \mathrm{Att}_a \to \mathrm{Supp}_a$ injective tel que $\forall x \in \mathrm{Att}_a, Deg^S_A(x) \leq Deg^S_A(f(x))$ et $\mathrm{sSupp}_a \setminus \{f(x) \mid x \in \mathrm{Att}_a\} \neq \emptyset$ ou $\exists x \in \mathrm{Att}_a$ tel que $Deg^S_A(x) < Deg^S_A(f(x))$ Alors $Deg^S_A(a) > w(a)$

TABLE 3 – Quelques axiomes des sémantiques graduelles en argumentation avec A et A' des WAG quelconques.